

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт физики металлов имени М.Н. Михеева
Уральского отделения Российской академии наук

На правах рукописи

Савченко Сергей Павлович

**ФОКУСИРОВКА, КАУСТИКА И ВЫРОЖДЕНИЕ СПИНОВЫХ
ВОЛН В МАГНИТОУПОРЯДОЧЕННЫХ СРЕДАХ**

1.3.12. Физика магнитных явлений

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Екатеринбург – 2021

Работа выполнена в лаборатории кинетических явлений Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института физики металлов имени М.Н.Михеева Уральского отделения Российской академии наук (ИФМ УрО РАН).

Научный руководитель

Борич Михаил Александрович, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории кинетических явлений ИФМ УрО РАН, г.Екатеринбург.

Официальные оппоненты

Бычков Игорь Валерьевич, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой радиофизики и электроники Челябинского государственного университета, г.Челябинск.

Грановский Александр Борисович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры магнетизма Московского государственного университета, г.Москва.

Ведущая организация

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Башкирский государственный университет», г.Уфа.

Защита состоится «15» октября 2021 года в 11:00 на заседании диссертационного совета 24.1.133.01 на базе ФГБУН Института физики металлов им.М.Н.Михеева УрО РАН по адресу: 620108, Екатеринбург, ул.Софьи Ковалевской, 18.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИФМ УрО РАН и на сайте www.impr.uran.ru

Автореферат разослан _____ 2021 года.

Ученый секретарь

диссертационного совета

доктор физико-математических наук

Чарикова Татьяна Борисовна

Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования. Диссертация посвящена теоретическому изучению особенностей поведения спиновых колебаний и волн в магнитоупорядоченных средах. Спиновые колебания известны уже около 90 лет. Сначала они были предсказаны теоретически, затем наблюдались экспериментально [1]. Для практического применения спиновые волны могут быть использованы в различных устройствах радиоэлектроники, в частности, в линиях задержки [2].

В настоящее время активно развивается спинтроника – раздел физики твердого тела, занимающийся изучением переноса спинового момента. Одной из задач спинтроники является передача сигналов при помощи спиновых волн. Для поиска способов передачи информации не только исследуется поведение спиновых волн в традиционных магнетиках, но и ведется разработка новых соединений и композитных материалов, допускающих распространение спиновых волн с желаемыми параметрами. В частности, интерес представляют материалы, в которых волны описываются сложным законом дисперсии, поскольку распространение спиновых волн в них имеет ряд особенностей [3–5]. В представленной диссертации изучаются три варианта таких систем, а именно связанные электронно-ядерные колебания в сфероидальных ферромагнитных образцах с одноосной анизотропией, также спиновые волны в гейзенберговских ферро- и антиферромагнетиках, третий объект исследования – магнитоупругие волны.

Если частота зависит от направления волнового вектора, фазовая и групповая скорости оказываются неколлинеарными, в результате чего в системе возникают выделенные направления, в которых волны фокусируются.

Ранее фокусировка упругих волн рассматривалась для материалов с фононным механизмом теплопроводности, на этой основе был объяснен ряд эффектов [6–8]. В представленной диссертации фокусировка спиновых волн изучается в гейзенберговских ферро- и антиферромагнетиках, также исследуется фокусировка магнитоупругих волн в упруго-изотропных кристаллах. Электронно-ядерные законы дисперсии исследуются при помощи уравнения Уокера [9]. Расчеты магнитоупругих и электронно-ядерных спектров проведены на примере железо-иттриевого граната и феррита марганца.

Работа выполнялась в рамках государственных заданий по темам «Спин» № АААА-А18-118020290104-2 и «Функция» № АААА-А19-119012990095-0, проек-

тов УрО РАН №18-10-2-37 и №14.Z50.31.0025, гранта РФФИ №18-32-00139.

Цель и задачи исследований. Целью диссертационной работы является определение особенностей поведения спиновых волн в магнитоупорядоченных средах со сложными законами дисперсии, изучение характерных свойств этих волн: фокусировки, каустики и вырождения, а также изучение способов управления этими свойствами при помощи внешних параметров.

Для достижения цели были поставлены следующие задачи:

1. Определить особенности связанных электронно-ядерных колебаний в ферромагнитных образцах сфероидальной формы с одноосной анизотропией, обусловленные сверхтонким и магнитным дипольным взаимодействием. Изучить влияние размагничивающих факторов на частоты связанных электронно-ядерных колебаний.
2. Охарактеризовать фокусировку спиновых волн в Гейзенберговских ферро- и антиферромагнетиках с учетом первых и вторых соседей.
3. Получить результаты о фокусировке магнитоупругих волн в железо-иттриевом гранате (ЖИГ), изучить влияние магнитоупругого взаимодействия на спектр в окрестности магнитоупругого резонанса.

Научная новизна работы

В диссертации исследованы спиновые волны в средах, в которых закон дисперсии существенно анизотропен. Решена задача о неоднородных электронно-ядерных колебаниях в ферромагнетиках сфероидальной формы с легкоосной анизотропией – найдены зависимости запрещенной зоны колебаний и точек вырождения резонансных частот от величины внешнего поля и отношения полуосей сфероида.

Изучена анизотропия спектра спиновых волн в гейзенберговских ферромагнетиках с кубической решеткой и антиферромагнетиках с объемно-центрированной тетрагональной решеткой для разных соотношений постоянных обменного взаимодействия с первыми и вторыми соседями. Установлено, что наибольшие эффекты фокусировки (каустика) возможны, если отношение обменных постоянных с первыми и вторыми соседями отрицательно. Расчет для магнитоупругих волн на примере ЖИГа показал, что фокусировка и каустика этих волн могут наблюдаться вблизи частоты магнитоупругого резонанса.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Определены особенности связанных электронно-ядерных колебаний: получена зависимость положения «запрещенной» области полей, в которой отсутствуют собственные моды, от отношения полуосей сфероида, также в зависимости от отношения полуосей сфероида получены поля и частоты, которые отвечают существованию нескольких мод колебаний.
2. Интенсивность потока спиновых волн в гейзенберговских ферромагнетиках с кубической решеткой зависит от направления. В определенных направлениях интенсивность резко возрастает – реализуется каустика магнонов. Каустика возможна лишь при отрицательном знаке соотношения между постоянными обменного взаимодействия с первыми и вторыми соседями, а направление каустики определяется частотой волны.
3. Каустика спиновых волн возможна в антиферромагнетиках с объемно-центрированной тетрагональной решеткой, если отношение обменных постоянных с первыми и вторыми соседями является отрицательным и волновые числа магнонов находятся вблизи границы зоны Бриллюэна.
4. Условия фокусировки и каустики магнитоупругих волн реализуются в упругоизотропных ферромагнетиках. Эти эффекты обусловлены магнитоупругим взаимодействием и наблюдаются в окрестности частоты магнитоакустического резонанса.

Практическая значимость результатов работы

1. Результаты исследования электронно-ядерных колебаний в ферромагнетиках сфероидальной формы могут быть использованы для создания новых устройств микроэлектроники и для объяснения результатов экспериментов по магнитному резонансу.
2. Возможность фокусировки и каустики спиновых и магнитоупругих волн может быть использована для передачи информации с помощью спиновых волн на частотах СВЧ-диапазона.

Методология и методы исследований. При решении задачи об электронно-ядерных колебаниях используются уравнения Максвелла в магнитостатическом приближении с соответствующими граничными условиями, уравнения Ландау-Лифшица и уравнение Уокера для описания динамики намагниченности. Численная часть решения основывается на хорошо проверенных и надежных алго-

ритмах работы с трансцендентными уравнениями.

Спиновые волны в ферро- и антиферромагнетиках исследуются в рамках модели Гейзенберга. Для изучения магнитоупругих волн привлекается феноменологическая модель упруго-изотропного ферромагнетика.

Достоверность результатов обеспечивается применением проверенных и хорошо апробированных методов теоретического расчета спектра волн в кристаллах, обоснованным выбором приближений. Полученные результаты согласуются с имеющимися литературными данными.

Личный вклад автора. Представленные в диссертации результаты получены автором под научным руководством кандидата физико-математических наук Борича Михаила Александровича.

Савченко Сергеем Павловичем лично были получены выражения для законов дисперсии электронно-ядерных колебаний, спиновых и магнитоупругих волн, и исследованы их аналитические следствия. Автором лично проведены необходимые численные расчеты для исследования фокусировки спиновых и магнитоупругих волн. Обсуждение результатов исследований проводилось автором совместно с кандидатом физико-математических наук Боричем Михаилом Александровичем и кандидатом физико-математических наук Бахаревым Сергеем Михайловичем. Автор участвовал в подготовке статей и тезисов, представлял доклады на научных конференциях.

Публикации. Основные положения и результаты диссертационной работы опубликованы в 9 научных статьях в журналах из списка ВАК и индексируемых в базах WoS и Scopus: «Физика твердого тела», «Magnetic Resonance in Solids», «Journal of Magnetism and Magnetic Materials», «Известия РАН. Серия физическая» и «Journal of Physics: Conference Series».

Апробация работы. Результаты докладывались на 11 научных конференциях и семинарах: КОУРОВКА-XXXVII (Екатеринбург, Россия 2018), International Symposium "Spin Waves" (Санкт-Петербург, Россия 2018), ВИСММ-2018 (Иркутск, Россия 2018), ФТТ-2018 (Минск, Белоруссия 2018), НМММ-XXIII (Москва, Россия 2018), EASTMAG-2019 (Екатеринбург, Россия 2019), XXI International Youth Scientific School "Actual problems of magnetic resonance and its application" (Казань, Россия 2019), Sol-SkyMag 2019 (San Sebastian, Spain 2019), СПФКС-XXIX—СПФКС-XX (Екатеринбург, Россия 2017-2019 г.).

Соответствие паспорту специальности. Содержание диссертационной работы соответствует пункту 1. «Разработка теоретических моделей, объясняющих взаимосвязь магнитных свойств веществ с их электронной и атомной структурой, природу их магнитного состояния, характер атомной и доменной магнитных структур, изменение магнитного состояния и магнитных свойств под влиянием различных внешних воздействий» паспорта специальности 01.04.11 — физика магнитных явлений (1.3.12. Физика магнитных явлений).

Диссертация соответствует требованиям, установленным п.14 Положения о присуждении ученых степеней. Текст диссертации представляет собой научно-квалификационную работу, не содержит заимствованного материала без ссылки на автора и (или) источник заимствования, не содержит результатов научных работ, выполненных в соавторстве, без ссылок на соавторов.

Объем и структура диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, основных выводов, списка работа автора, списка использованных источников и 2 приложений. Содержит 96 страниц машинописного текста, 34 рисунка и 3 таблицы. Библиография включает 100 наименований.

Основное содержание диссертации

В первой главе изложены необходимые сведения о характерных взаимодействиях в магнетиках: обменном, дипольном, кристаллической анизотропии, сверхтонком, магнитоупругом.

Во второй главе изучены электронно-ядерные спиновые волны в ферромагнитных образцах конечного размера, имеющих форму эллипсоида вращения. Энергия системы включает магнитную анизотропию типа «легкая ось», взаимодействие с внешним магнитным полем, диполь-дипольное и сверхтонкое взаимодействия. Считается, что ось анизотропии направлена вдоль оси вращения эллипсоида. Для эллипсоидальных образцов магнитное взаимодействие описывается при помощи тензора размагничивающих факторов, величина компонент которого определяется соотношением полуосей эллипсоида. Меняя это соотношение, можно проследить влияние размагничивающих полей на закон дисперсии спиновых волн. Задача получения закона дисперсии решалась в два этапа. В начале требовалось получить тензор магнитной восприимчивости из

уравнения Ландау-Лифшица и уравнения ядерной магнитной динамики

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\gamma_e[\mathbf{M} \times \mathbf{H}_M], \quad \frac{d\mathbf{m}}{dt} = \gamma_n[\mathbf{m} \times \mathbf{H}_m], \quad (1)$$

где \mathbf{M}, \mathbf{m} – электронная и ядерная намагниченность, $\mathbf{H}_M, \mathbf{H}_m$ – эффективные магнитные поля электронной и ядерной подсистемы. Магнитное поле полагается приложенным вдоль оси сфероида Oz . Уравнения (1) линеаризуются: $\mathbf{M} = (M_x, M_y, M_0)$, $\mathbf{m} = (m_x, m_y, m_0)$, где M_0, m_0 – электронные и ядерные намагниченности насыщения, $M_x, M_y \ll M_0$, $m_x, m_y \ll m_0$. Из линеаризованных уравнений находится тензор электронно-ядерной динамической магнитной восприимчивости $\hat{\chi}$: $(M_x, M_y, m_x, m_y)^T = \hat{\chi}(h_x, h_y)^T$, и магнитной проницаемости $\hat{\mu} = 1 + 4\pi\hat{\chi}$.

Полученное выражение тензора магнитной проницаемости используется на втором этапе задачи определения закона дисперсии. Магнитная индукция и напряженность магнитного поля должны удовлетворять уравнениям и граничным условиям магнитостатики:

$$\text{rot}\mathbf{h} = 0, \quad \text{div}\mathbf{B} = 0, \quad (2)$$

$$\mathbf{M} + \mathbf{m} = \hat{\chi}\mathbf{h}, \quad \mathbf{B}_n^{in} = \mathbf{B}_n^{out}, \quad \mathbf{h}_\tau^{in} = \mathbf{h}_\tau^{out}. \quad (3)$$

Из уравнения $\text{rot}\mathbf{h} = 0$ следует возможность введения магнитостатического потенциала ψ : $\mathbf{h} = -\nabla\psi$. Уравнение $\text{div}\mathbf{B} = 0$ приводит к уравнению Уокера [9] для потенциала:

$$\mu_{xx} \left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} = 0. \quad (4)$$

Вне сфероида имеем $\mu_{xx} = 1$ и уравнение Уокера превращается в уравнение Лапласа. Уравнение Уокера внутри сфероида также сводится к уравнению Лапласа путем перехода к сфероидальным координатам [10]. Тогда решение уравнения для потенциала вне и внутри сфероида имеет вид

$$\psi^{out} = e^{im\varphi} Q_n^m(\zeta\xi) P_n^{|m|}(\eta), \quad (5)$$

$$\psi^{in} = C_{nm} e^{im\varphi} \int_{-\pi}^{\pi} P_n(\beta(-\sqrt{-\mu}\xi\eta + \sqrt{\xi^2 \pm 1} \sqrt{1 - \eta^2} \cos(u))) \cos(um) du, \quad (6)$$

где ξ, η, ϕ — сфероидальные координаты, P_n^m, Q_n^m — присоединенные функции Лежандра первого и второго рода ($P_n = P_n^0$), n, m — индексы задачи, n — натуральное число, m — целое, $-n \leq m \leq n$. Граница сфероида задается уравнением:

$$\xi = \xi_0 = |\alpha^2 - 1|^{-1/2}, \quad (7)$$

где $\alpha = a/b$. a, b — полуоси эллипсоида. Для компактности введены обозначения $\zeta = 1$, если $\alpha < 1$; $\zeta = i$, если $\alpha > 1$, $\beta = (\pm 1 + \xi_0^2(\mu - 1))^{-1/2}$.

Непрерывность тангенциальной компоненты напряженности магнитного поля приводит к требованию непрерывности функции ψ на границе сфероида, откуда определяется значение постоянных C_{nm} . Непрерывность нормальной компоненты индукции приводит к характеристическому уравнению

$$Y(H_0, \omega, \xi_0) = \xi_0 \frac{1}{Q_n^m(\xi_0)} \frac{\partial Q_n^m(\xi_0)}{\partial \xi_0} - im\mu_{xy} \frac{b^2}{a^2} + \xi_0 \frac{1}{P_n^m(S)} \frac{\partial P_n^m(S)}{\partial S} = 0. \quad (8)$$

Входящая в уравнение (8) величина $S = (\mu_{xx}/(\mu_{xx} - (a/b)^2))^{1/2}$ выражается через частоту, а уравнение (8) является алгебраическим уравнением относительно частоты ω . Его решением является закон дисперсии связанных электронно-ядерных колебаний, представляющий собой дискретный набор собственных частот. Уравнение (8) при заданных индексах граничной задачи (n, m) содержит два параметра: внешнее поле H_0 и параметр формы образца α . От этих параметров зависят не только значения собственных частот ω_{nm} , но и их число. На рисунке 1 приведена зависимость $Y(H_0, \omega, \xi_0)$ из уравнения (8) от частоты для ферромагнитного диэлектрика MnFe_2O_4 , параметры которого хорошо известны [11]: равновесные намагниченности электронной и ядерной подсистем равны $M_0 = 560$ Гс и $m_0 = 7.6 \cdot 10^{-3}$ Гс, постоянная сверхтонкого взаимодействия $A = 1046$, гиромагнитные отношения для электронов и ядер $\gamma_e = 17.58 \cdot 10^6$ (с·Э) $^{-1}$, $\gamma_n = 6.28 \cdot 10^3$ (с·Э) $^{-1}$, поле анизотропии типа «легкая ось» $H_a = 1$ кЭ. Выбрано поле $H_0 = 3$ кЭ, набор $(n, m) = (4, 0)$ и два близких значения параметра формы: $\alpha = 3.6$ и $\alpha = 3.9$. В первом случае величина $Y(H_0, \omega, \xi_0)$ из уравнения (8) четыре раза пересекает прямую $Y = 0$ (штриховая линия). Следовательно,

уравнение имеет 4 решения и для нумерации собственных частот требуются три индекса: ω_{nmr} , где индексы n, m появляются из решения граничной задачи и задают форму магнитоэлектростатического потенциала, а индекс r нумерует частоты при заданном наборе (n, m) . Если же параметр формы равен 3.9 (см. рисунок 1 (б)), то левая часть характеристического уравнения существенно изменяется: у нее исчезают точки разрыва и вся кривая оказывается в области $Y > 0$. В этом случае уравнение не имеет решений, а значит, собственные моды с выбранными индексами наблюдаться не могут. Из приведенного анализа следует, что

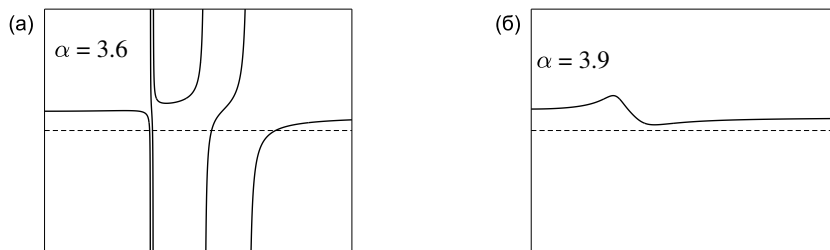


Рисунок 1 — График функции $Y(H_0, \omega, \xi_0)$ из уравнения (8) при $H_0 = 3$ кЭ, $(n, m) = (4, 0)$ для двух значений параметра α .

при заданном значении магнитного поля H_0 существует интервал значений α , внутри которого мода с заданным (n, m) не существует. Эту же задачу можно рассматривать с другой стороны: зафиксировать параметр формы α , и исследовать поведение левой части характеристического уравнения (8) при различных магнитных полях. В этом случае получим аналогичный вывод: для образца с заданной формой (определенное значение полуосей a/b) существует диапазон магнитных полей $(H_1; H_2)$, в котором мода с набором (n, m) существовать не может. Иллюстрация этого утверждения приведена на рисунке 2 (а), где выбрана мода $(n, m) = (1, 1)$, зафиксировано поле $H_0 = 3$ кЭ, и построены зависимости собственных частот от параметра формы α , и на рисунке 2 (б), где выбрана та же мода, рассмотрен сжатый сфероид ($\alpha = 2$), и построены зависимости собственных частот от внешнего магнитного поля H_0 . Видно, что в случае (а) наблюдается запрещенная зона параметров форм, а в случае (б) — запрещенная зона магнитных полей.

Положение запрещенной зоны $(H_1; H_2)$ зависит от параметра формы: увеличение α (сжатие сфероида) приводит к сдвигу запрещенной области в сторону более высоких полей, а уменьшение α — в сторону меньших полей. Во вто-

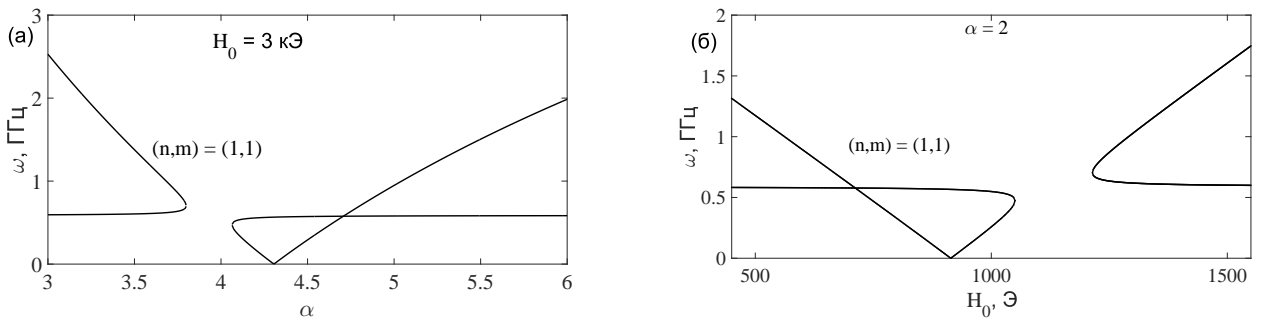


Рисунок 2 — Зависимости собственной частоты $\omega_{1,1}$ от параметра формы при $H_0 = 3$ кЭ (а), и от внешнего поля при $\alpha = 2$ (б).

рой главе диссертации приведен явный вид нижней $H_1(\alpha)$ и верхней $H_2(\alpha)$ границ запрещенной зоны, как функции параметра формы α при различном наборе (n, m) . Исследована также зависимость ширины запрещенной зоны $\Delta H = H_2 - H_1$ от параметра формы. Установлено, что для мод вида (n, n) и $(n, n - 1)$ ширина ΔH практически не зависит от α , для прочих мод зависимость становится существенной.

Второй особенностью электронно-ядерных магнитостатических колебаний является вырождение некоторых мод. Для описания этого эффекта был зафиксирован параметр формы α , и рассматривался диапазон полей, больших поля запрещенной зоны. Число собственных мод при этом определяется только индексами (n, m) и не зависит от величины внешнего поля H_0 . При возрастании поля моды разделяются на высокочастотные электронные и низкочастотные ядерные. В главе 2 подробно рассмотрены зависимости ядерных мод колебаний. Выяснено, что некоторые моды колебаний пересекаются. Точка пересечения означает, что различные моды при определенном поле имеют одинаковые частоты. Таким образом, эту точку можно назвать точкой вырождения, а соответствующие поля и частоты – полями вырождения и частотами вырождения. Эти точки могут оказаться интересными для экспериментальных исследований. В резонансных экспериментах обычно фиксируется поле и варьируется частота возбуждающего магнитного поля. На частоте, соответствующей собственной частоте системы, наблюдается пик поглощения. Если провести серию экспериментов в различных полях, то можно построить зависимости положения пиков от внешнего поля. Если эти зависимости пересекаются, то по положению пиков можно идентифицировать индексы (nmr) пересекающихся мод. Поскольку набор индексов

(n, m) задает вид магнитостатического потенциала ψ , то он определяет и поле $\mathbf{h} = -\nabla\psi$, а также намагниченность и магнитную индукцию. В результате, по положению точки вырождения определяется распределение магнитных полей внутри образца. Если параметр формы образца изменяется, то смещается и точка вырождения. В диссертационной работе определена зависимость величины поля вырождения и соответствующей частоты вырождения от формы образца.

В третьей главе исследованы спиновые волны в редкоземельных ферро- и антиферромагнетиках с различными типами кристаллической решетки. Особенность этих ферромагнетиков заключается в том, что их можно достаточно точно описать в рамках модели Гейзенберга, однако обменное взаимодействие в этих веществах спадает достаточно медленно при увеличении расстояния. Это приводит к необходимости учета влияния не только первых, но и вторых ближайших соседей. При таком подходе для гранецентрированной, объемно-центрированной и простой кубической решетки получается закон дисперсии вида $\omega = f(q, \theta, \varphi, J_1, J_2)$. Он зависит от модуля волнового вектора q , азимутального и полярного углов θ, φ , а также от параметров обменного взаимодействия с первой и второй координационной сферой J_1, J_2 . Величины частот и волновых векторов в законе дисперсии приводились к безразмерному виду: $\tilde{\omega} \rightarrow \omega/(2SJ_1\hbar)$ и $q \rightarrow aq$. Единственный параметр от которого зависят свойства спиновых волн — это отношение обменных постоянных $\xi = J_2/J_1$. В большинстве ферромагнетиков знак постоянных обменного взаимодействия одинаков, как в EuO, однако в некоторых (EuS) знаки обменного взаимодействия с первыми и вторыми соседями противоположны.

Знак ξ существенно влияет на закон дисперсии $\omega(\mathbf{q})$. На рисунке 3 приведен закон дисперсии для ГЦК ферромагнетика с $\xi = 0.5$ и $\xi = -0.5$ для характерных направлений распространения. Зависимость частоты от направления волнового вектора для отрицательных ξ наблюдается при значительно меньших q и ω , чем для положительных, соответственно при $\xi < 0$ волны распространяются более анизотропно.

Для численной характеристики анизотропии спектра удобно вычислять коэффициент усиления [7, 8]. Рассмотрим точечный источник волн и детектор, который виден из источника под телесным углом $\Delta\Omega_d$. На детектор попадут волны с групповыми скоростями из телесного угла $\Delta\Omega_V$. В изотропной среде

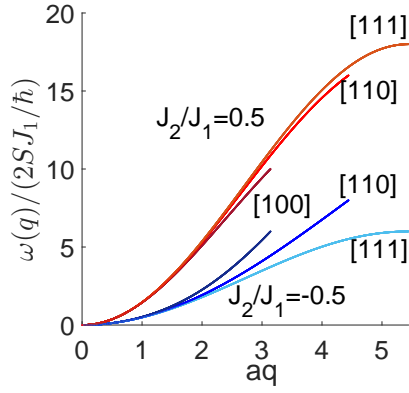


Рисунок 3 — Закон дисперсии спиновых волн в характерных направлениях ГЦК решетки при разном отношении постоянных обменного взаимодействия. Кривые построены до границ первой зоны Бриллюэна.

$\mathbf{q} \uparrow \uparrow \mathbf{V}_g$, следовательно $\Delta\Omega_d = \Delta\Omega_q$. Если среда анизотропна, то скоростям из $\Delta\Omega_V$ соответствует набор волновых векторов $\Delta\Omega_q$, отличный от $\Delta\Omega_V$. Поэтому на детектор попадет число волн в $A = \Delta\Omega_q/\Delta\Omega_V$ раз больше или меньше, чем в изотропной среде.

Коэффициент усиления A связан с геометрией поверхности постоянной частоты $\omega(q, \theta, \varphi) = const$ [7,8]. Пусть ΔS_q — элемент этой поверхности. Элементу ΔS_q соответствует элемент ΔS_n площади поверхности единичной сферы, образованной нормальными к поверхности постоянной частоты. Поскольку групповая скорость \mathbf{V}_g перпендикулярна поверхности постоянной частоты, то отличие направлений групповой скорости \mathbf{V}_g и волнового вектора \mathbf{q} , вдоль которого направлена фазовая скорость, характеризует анизотропию распространения волн. На детектор попадают волны, групповые скорости которых направлены внутри угла $\Delta\Omega_d = \Delta S_n$, а волновые векторы внутри угла $\Delta\Omega_q = \Delta S_q \cos \alpha_{qv}/q^2$ (α_{qv} — угол между волновым вектором и соответствующей ему групповой скоростью). Коэффициент усиления равен

$$A = \left| \frac{\Delta\Omega_q}{\Delta\Omega_d} \right| = \lim_{\Delta S_q \rightarrow 0} \left| \frac{\Delta S_q \cos \alpha_{qv}}{q^2 \Delta S_n} \right| = \left| \frac{\cos \alpha_{qv}}{K q^2} \right|, \quad (9)$$

где $K = \lim_{\Delta S_q \rightarrow 0} \Delta S_n/\Delta S_q$ — гауссова кривизна изоповерхности, которая выражается через коэффициенты первой (E, F, G) и второй (L, M, N) квадратичных форм [12]: $K = (LN - M^2)/(EG - F^2)$.

На рисунке 4 (а) приведены сечения поверхностей постоянной частоты плос-

костью $\{110\}$ для EuO (ГЦК-ферромагнетик, $\xi = 0.2$ [13]). При низких частотах поверхность практически изотропна, а коэффициент A близок к 1 (рисунок 4 (б)). На частотах, близких к границе первой зоны Бриллюэна, наблюдаются эффекты фокусировки волн (A меняется от 0.1 до 2.5 в зависимости от направления).

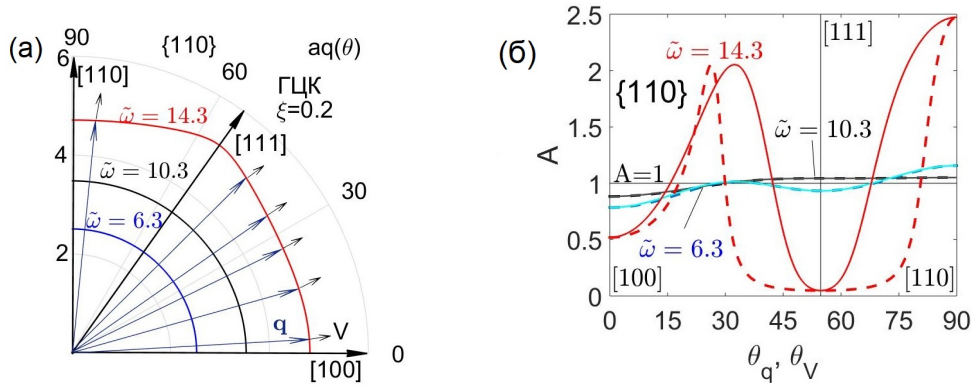


Рисунок 4 — Поверхность постоянной частоты (а) и коэффициент усиления (б) спиновых волн в EuO, плоскость $\{110\}$.

На рисунке 5 приведена изоповерхность и коэффициент усиления в зависимости от угла θ в плоскости $\{110\}$ в ферромагнетике EuS, у которого параметр $\xi < 0$ ($\xi = -0.5$ [13]). В нем эффекты фокусировки выражены более ярко: на высоких частотах поверхности $\omega = const$ содержат выпуклые ($K > 0$) и вогнутые ($K < 0$) участки. В направлении, соответствующем $K = 0$ возникает расходимость A .

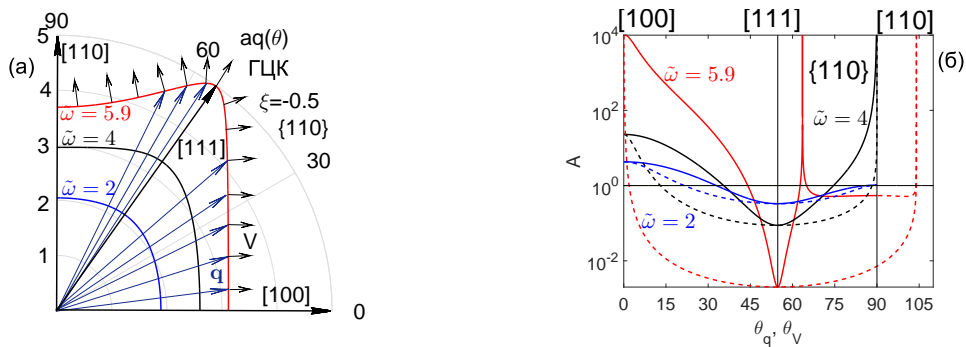


Рисунок 5 — Изоповерхность (а) и коэффициент усиления (б) в EuS, плоскость $\{110\}$.

В дополнение к исследованию анизотропии спектра спиновых волн в реальных ферромагнетиках EuO и EuS, в главе 3 приведено количественное исследование ферромагнетиков с различными типами кристаллической решетки

(простая кубическая и ОЦК). Отношение обменных постоянных ξ полагалось параметром теории. Установлено, что при отрицательных ξ во всех решетках может наблюдаться каустика спиновых волн. Направление каустики определяется частотой, однако зависимости этого направления от частоты оказываются различными для ГЦК, ОЦК и простой кубической решеток.

Коэффициент усиления рассчитан также и для гейзенберговских антиферромагнетиков. В качестве примера рассмотрены дифториды со структурой рутила (MnF_2 , FeF_2 , CoF_2 , NiF_2). Магнитные атомы подрешеток располагаются в узлах объемно-центрированной тетрагональной решетки (ОЦТ) и формируют две подрешетки. Для этих кристаллов характерна анизотропия типа «легкая ось» вдоль направления $[001]$. Элементарная ячейка ОЦТ решетки содержит центральный атом, атомы вдоль оси $[001]$ на расстоянии c от центрального и атомы вдоль осей $[100]$ и $[010]$ на расстоянии a . Спектр спиновых волн выглядит следующим образом:

$$\left\{ \frac{\omega}{2SJ_1/\hbar} \right\}^2 = \left\{ 1 + \frac{\xi}{2} \sin^2 \left(\frac{cq_z}{2} \right) + \varepsilon_A \right\}^2 - \left\{ \cos \left(\frac{aq_x}{2} \right) \cos \left(\frac{aq_y}{2} \right) \cos \left(\frac{cq_z}{2} \right) \right\}^2. \quad (10)$$

Здесь ε_A характеризует анизотропию. Для численных оценок используются параметры MnF_2 : $a = 4.87 \text{ \AA}$ и $c = 3.13 \text{ \AA}$, $J_1 = 0.126 \text{ мЭв}$, $J_2 = 0.028 \text{ мЭв}$, $\xi \approx 0.2$ [14]. Выяснено, что эффекты фокусировки в MnF_2 выражены слабо, коэффициент усиления не превышает 2.5.

После изучения «базового» антиферромагнетика MnF_2 в диссертации было исследовано поведение спиновых волн в ОЦТ-антиферромагнетиках при произвольном отношении обменных постоянных ξ . Установлено, что при отрицательных ξ в системе возможна каустика и проанализировано ее направление в зависимости от частоты. Изучен диапазон частот, в которых существует каустика и построены зависимости ее направления от частоты. Если $|\xi|$ мало ($\xi = -0.2$, рисунок 6 (а)), то каустики существуют в узком диапазоне частот, если волновые вектора находятся вблизи границы зоны Бриллюэна: $\omega/(2SJ_1/\hbar) \in (0.912; 0.917)$. Заметим, что этот диапазон частот для ОЦТ-антиферромагнетика имеет ширину порядка 700 МГц в окрестности частоты 140 ГГц. При больших $|\xi|$ область каустики расширяется и смещается в область более низких частот (рисунок 6 (б,в)).

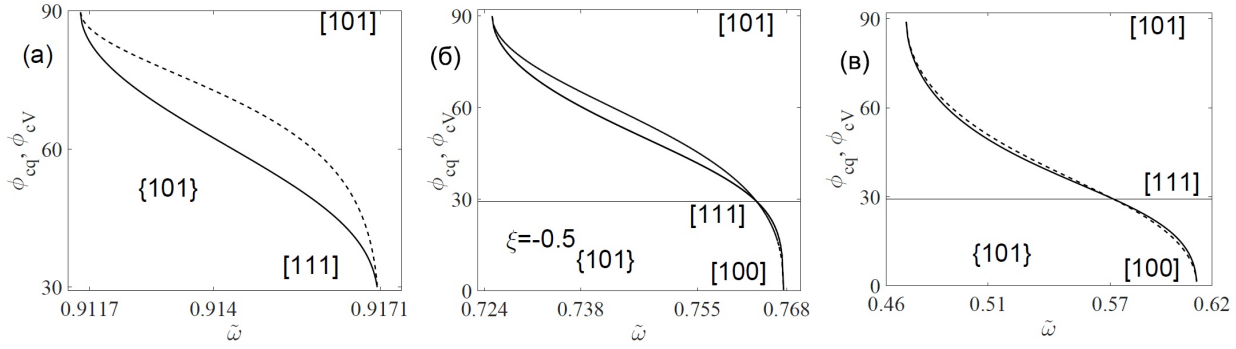


Рисунок 6 — Углы каустики в плоскости {101} для $\xi = -0.2$ (а), -0.5 (б), -0.8 (в).

В четвертой главе рассматриваются эффекты фокусировки магнитоупругих волн в железо-иттриевом гранате (ЖИГ) в окрестности магнитоупругого резонанса. Исследуемые волны имеют длины $0.1 - 100$ мкм, и частоты порядка 1 ГГц. Для описания динамики этих волн допустимо использовать длинноволновое приближение. Энергия системы состоит из упругой, магнитной и магнитоупругой частей [15]:

$$\mathcal{W} = \mathcal{W}_{el} + \mathcal{W}_m + \mathcal{W}_{mp}. \quad (11)$$

Для кристаллов с кубической решеткой упругая энергия записывается в виде

$$\mathcal{W}_{el} = \frac{1}{2}c_{11}(\varepsilon_{xx}^2 + \varepsilon_{yy}^2 + \varepsilon_{zz}^2) + c_{12}(\varepsilon_{xx}\varepsilon_{yy} + \varepsilon_{yy}\varepsilon_{zz} + \varepsilon_{xx}\varepsilon_{zz}) + 2c_{44}(\varepsilon_{xy}^2 + \varepsilon_{xz}^2 + \varepsilon_{yz}^2), \quad (12)$$

c_{11} , c_{44} , c_{12} – упругие модули второго порядка, $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(\partial u_i/\partial x_j + \partial u_j/\partial x_i)$ – симметричный тензор деформаций, u_i – упругое смещение. Магнитная энергия состоит из обменного взаимодействия, взаимодействия с внешним магнитным полем и кубической анизотропии:

$$\mathcal{W}_m = \frac{A_{ex}}{M_0^2}(\nabla \mathbf{M})^2 - M_z H_0 + \frac{K_A}{M_0^4}(M_z^2 M_x^2 + M_z^2 M_y^2 + M_x^2 M_y^2), \quad (13)$$

здесь A_{ex} – постоянная обменного взаимодействия, K_A – константа кубической анизотропии, $\mathbf{M} = (M_x, M_y, M_z)$ – вектор намагниченности, $M_0 = |\mathbf{M}|$ – намагниченность насыщения, внешнее поле и связанные с ним магнитные моменты полагаем направленными вдоль оси z , совпадающей с осью кристалла [001]: $\mathbf{H}_0 = (0, 0, H_0)$. Магнитоупругая энергия определяется двумя магнитоупругими

постоянными b_1, b_2 :

$$\mathcal{W}_{mp} = \frac{b_1}{M_0^2}(M_x^2 \varepsilon_{xx} + M_y^2 \varepsilon_{yy} + M_z^2 \varepsilon_{zz}) + \frac{2b_2}{M_0^2}(M_x M_y \varepsilon_{xy} + M_y M_z \varepsilon_{yz} + M_x M_z \varepsilon_{xz}). \quad (14)$$

Уравнения движения магнитной и упругой подсистемы имеют вид:

$$\rho \ddot{u}_i = \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k}, \quad \dot{\mathbf{M}} = -\gamma[\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{eff}], \quad (15)$$

где $\sigma_{ij} = \partial \mathcal{W} / \partial \varepsilon_{ij}$ – тензор упругих напряжений, $\mathbf{H}_{eff} = -\delta \mathcal{W} / \delta \mathbf{M}$ – эффективное магнитное поле. γ – гиромангнитное отношение. Уравнения (15) линеаризуются: $\mathbf{M} = (m_x, m_y, M_0)$, $m_x, m_y \ll M_0$. Решение линеаризованной системы ищется в виде плоских волн $\mathbf{m}, \mathbf{u} \sim \exp(-i\omega t + i\mathbf{q}\mathbf{r})$. В результате получается система из пяти линейных однородных алгебраических уравнений относительно u_x, u_y, u_z, m_x, m_y , условием существования нетривиальных решений которой является равенство нулю определителя. Это приводит к закону дисперсии, представляющему собой уравнение 4 степени относительно ω^2 . Решение этого уравнения дает 4 моды магнитоупругих волн. В диссертации исследуются магнитоупругие волны в железо-иттриевом гранате, характеристики которого достаточно известны [16, 17]: $A_{ex} = 4.3 \cdot 10^{-7}$ эрг см², $K_A = -0.062 \cdot 10^5$ эрг см⁻³, $4\pi M_0 = 1750$ Гс, $c_{11} = 2.69 \cdot 10^{12}$ дин см⁻², $c_{44} = 0.764 \cdot 10^{12}$ дин см⁻², $c_{12} = 1.077 \cdot 10^{12}$ дин см⁻², $b_2/M_0^2 = 225$, $\gamma = 2.8 \cdot 10^6$ (Э·с)⁻¹, внешнее поле H_0 выбрано равным 1 кЭ. Параметр анизотропии равен $k-1 = (c_{12} + 2c_{44} - c_{11}) / (c_{11} - c_{44}) \approx -0.04$. Поскольку $|k-1| \ll 1$, то ЖИГ с хорошей точностью можно полагать упруго-изотропным материалом. В вычислениях было принято $c_{12} = c_{11} - 2c_{44}$, $k-1 = 0$. В этом случае, если пренебречь магнитоупругостью (положить $b_1 = b_2 = 0$), решением дисперсионного уравнения будут одна магнитная мода и три чисто упругих моды, одна из которых строго продольная, а две строго поперечные. Наличие магнитоупругости приводит к тому, что моды перестают быть «чистыми», однако они могут быть классифицированы простым образом. На рисунке 7 приведен закон дисперсии магнитоупругих волн, распространяющихся в массивном образце ЖИГ в постоянном поле $H_0 = 1$ кЭ в направлении [001] (сплошные линии) и в направлении [101] (штриховые линии). В направлении [001] магнитная и продольная упругая моды не взаимодействуют, поэтому ли-

нии пересекаются (сплошные линии на левой вставке на рисунке 7). В прочих направлениях наблюдается взаимодействие мод и происходит их расталкивание: mL - резонанс (штриховые линии на левой вставке на рисунке 7). Из двух квазипоперечных упругих мод одна практически не взаимодействует с магнитной, а вторая взаимодействует сильно и происходит расталкивание мод: mT - резонанс (правая вставка на рисунке 7). Таким образом, моды классифицируются следующим образом: mL -мода (линия I) – трансформируется из квазимагнитной в упругую квазипродольную после mL -резонанса; LmT -мода (линия II) – трансформируется из упругой квазипродольной в квазимагнитную после mL резонанса, и в упругую квазипоперечную после mT -резонанса; T -мода (линия III) – практически не взаимодействует с другими модами; Tm -мода (линия IV) – трансформируется из упругой квазипоперечной в квазимагнитную после mT резонанса. Если бы упругая подсистема была не изотропной, то упругие моды не были бы чисто продольными и поперечными, и классификация магнитоупругих волн была бы не столь простая. Кроме того, полезным следствием упругой изотропии является то, что закон дисперсии не зависит от азимутального угла φ , и для анализа фокусировки достаточно рассмотреть плоскость $\{100\}$.

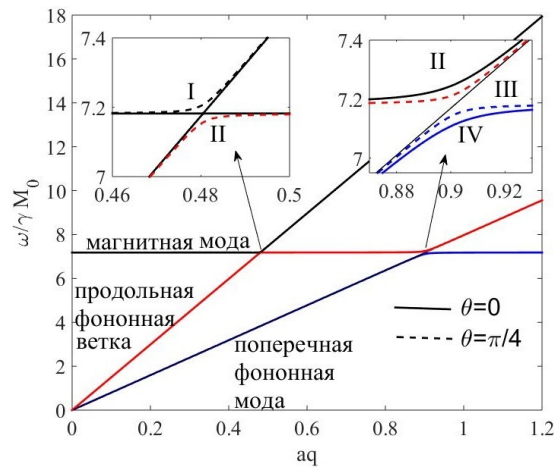


Рисунок 7 — Закон дисперсии магнитоупругих волн в ЖИГ в поле $H_0 = 1$ кЭ. Сплошные линии соответствуют волнам в направлении $[001]$, штриховые – в направлении $[101]$

Анизотропия спектра магнитоупругих волн проявляется лишь на частотах вблизи магнитоупругого резонанса: в окрестности mL и mT штриховые линии на рисунке 7 заметно отличаются от сплошных, вдали от резонансных точек линии практически совпадают. Поэтому эффекты фокусировки следует искать в

окрестности резонанса. Простейшая оценка частоты резонанса дает $\omega_{res} \sim \gamma H_i$, где $H_i = H_0 + H_A$ (частота магнитной моды при $q \rightarrow 0$). Исследование поверхности постоянной частоты, ее гауссовой кривизны и коэффициента усиления имеет смысл проводить на модах LmT и Tm на частотах $\omega = \gamma H_i(1 + \delta)$, где величина δ выбирается таким образом, чтобы эффекты фокусировки были наиболее заметными. Выяснено, что при $\delta \in (0.5 - 3) \cdot 10^{-4}$ на поверхностях постоянной частоты появляются точки нулевой кривизны, и реализуется каустика волн. Для иллюстрации приведены зависимости коэффициентов усиления от направления волнового вектора \mathbf{q} для LmT моды (рисунок 8 (а)), и для Tm моды (рисунок 8 (б)). Видно, что при отрицательных δ анизотропия спектра мала ($A \sim 1$), при $\delta = 0$ коэффициент усиления в некоторых направлениях существенно отличается от единицы, а при $\delta = 10^{-4}$ возникают расходимости, соответствующие каустике. Заметим, что при $\delta > 3 \cdot 10^{-4}$ расходимости исчезают и с дальнейшим возрастанием δ анизотропия быстро уменьшается. На рисунке 8 соответствующие зависимости $A(\theta)$ не приведены, чтобы избежать загромождения. Величина $\omega_{res} \sim \gamma H_i / (2\pi)$ в поле $H_0 = 1$ кЭ составляет примерно 2.8 ГГц, а ширина области, в которой существует каустика имеет порядок $\delta \sim 10^{-4}$, что соответствует 0.28 МГц.

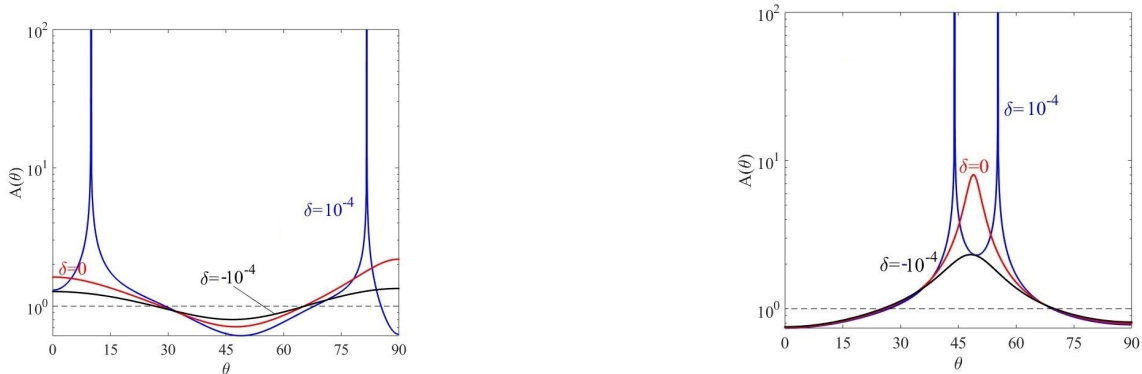


Рисунок 8 — Зависимости коэффициента усиления LmT моды (а) и Tm моды (б) от направления волнового вектора для частот $\omega = (1 + \delta)\gamma H_i$

В диссертационной работе также был проведен качественный анализ влияния конечности размеров образца на особенности фокусировки магнитоупругих волн. Для этого рассматривалось распространение магнитоупругих волн в достаточно толстой пластине (толщина порядка 100 мкм). В этом случае на закон дисперсии оказывают существенное влияние размагничивающие факто-

ры, и поле внутри образца может значительно отличаться от внешнего: $\mathbf{H}_i = \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_A - 4\pi\hat{N}\mathbf{M}$. В главе 3 диссертации показано, что это отличие приводит к тому, что эффекты фокусировки проявляются более явно, чем в массивных образцах. В частности, для LmT моды значительно увеличивается ширина частотного диапазона, в котором возможно наблюдение каустики, также на этой моде реализуются два направления каустики, имеющие близкие направления волновых векторов, но сильно различающиеся направления групповых скоростей, направления каустики при заданном внешнем поле определяется частотой волны. При фиксированной частоте волны можно величиной внешнего поля управлять направлением каустики.

Выводы

В представленной диссертации установлены особенности поведения спиновых волн со сложными законами дисперсии. Основные результаты диссертации могут быть сформулированы следующим образом:

1. Определены особенности связанных электронно-ядерных колебаний в окрестности частот ЯМР в MnFe_2O_4 . Получены зависимости собственных частот связанных колебаний электронных и ядерных спинов в ферромагнитных образцах, имеющих форму эллипсоида вращения и анизотропию типа «легкая ось», от отношения полуосей эллипсоида и величины внешнего поля. Запрещенная зона электронно-ядерных колебаний находится в диапазоне полей $H_0 \sim 100 - 5000$ Э, если параметр формы α лежит в пределах от 2 до 10, причем при сжатии сфероида образца запрещенная зона колебаний сдвигается в сторону больших полей.

2. Исследование магнонов в ферромагнетиках с кубической решеткой и в антиферромагнетиках с ОЦТ-решеткой показало, что для положительных $\xi = J_2/J_1$ возможна фокусировка магнонов, а для отрицательных значений ξ – их каустика. Определены зависимости границ диапазона частот каустики от величины ξ , и найдены зависимости направления каустики от частоты в плоскостях $\{100\}$ и $\{110\}$. Показано, что направление каустики заключено между характерными направлениями кристаллической решетки и является монотонной функцией частоты. Определено, что в ОЦТ и ОЦК решетках существует только одно

направление каустики. В простой кубической и ГЦК решетках при предельных значениях ξ существует диапазон частот с одним направлением каустики и диапазон с тремя направлениями каустики. Определены зависимости этих диапазонов от величины ξ .

3. Определено, что для EuO и MnF_2 , имеющих положительное отношение обменных постоянных $\xi = J_2/J_1$, эффекты фокусировки проявляются слабо, а для EuS ($\xi < 0$), эффекты фокусировки значительны. Обнаружено, что в узкой области частот для волновых векторов вблизи границы зоны Брюллиэна возможна каустика магнонов: характерные частоты каустики для EuS составляют порядка 100 ГГц, а характерные длины волн имеют порядок 10^{-6} см.

4. Установлено, что взаимодействие магнитной и упругой подсистем в железиттриевом гранате может приводить к возникновению каустики магнитоупругих волн. В массивных образцах каустика реализуется только в узкой области частот вблизи магнитоупругого резонанса. Характерные частоты магнитоупругих волн в ЖИГе составляют порядка 2.8 ГГц при внешнем поле 1 кЭ, ширина области каустики около 0.28 МГц, а характерные длины волн — $10^{-4} - 10^{-3}$ см. В ферромагнитных пленках диапазон частот каустики оказывается достаточно широким ($\omega/2\pi \in (0.072; 0.247)$ ГГц при $H_0 = 2$ кЭ).

Список литературы

1. Griffiths, J.H.E. Anomalous High-frequency Resistance of Ferromagnetic Metals [Текст]/ J.H.E.Griffiths // Nature. — 1946. — V.158. — P.670–671.
2. Microwave magnetostatic delay line. [Текст]/ Han Shi-ying, Liu Gong-qiang, Liu Ji-zhe, Yang Gui-lin and Zhai Hong-ru // J. Magn. Magn. Mat — 1981. — V.23. — P.209-210.
3. Влияние взаимодействия подсистем на динамические свойства магнетиков [Текст]/ И.В.Бычков, Д.А.Кузьмин, В.Д.Бучельников, В.Г.Шавров. — М.: Физматлит, 2016. — 174 с.
4. Шавров, В.Г. Связанные волны в магнетиках [Текст]/ В.Г. Шавров , В.Д. Бучельников, И.В. Бычков. — М.:Физматлит, 2019. — 476 с.
5. Ахиезер, А.И. Спиновые волны [Текст]/ А.И.Ахиезер, В.Г.Барьяхтар, С.В.Пелетминский. — М.:Наука, 1967. — 368 с.
6. Taylor, V. PHONON FOCUSING IN SOLIDS [Текст]/ V. Taylor, H.J. Maris, C. Elbaum // Phys. Rev. Lett. — 1969. — V.23 №8. — P.416-419.
7. Maris, H.J. Enhancement of Heat Pulses in Crystals due to Elastic Anisotropy [Текст]/ H.J. Maris // J. Acoust. Soc. Am. — 1971. — V.50 №3 — P.812-818.

8. Фокусировка фононов и фононный транспорт в монокристаллических наноструктурах [Текст]/ И.Г. Кулеев, И.И. Кулеев, С.М. Бахарев, В.В. Устинов — Екатеринбург: УрО РАН, 2018. — 256 с.
9. Walker, L.R. Magnetostatic Modes in Ferromagnetic Resonance [Текст]/Walker L.R.// Phys. Rev. — 1957. — V.105. — P.390-399.
10. Смайт, В. Электростатика и электродинамика [Текст]/ В.Смайт.—М.: Издательство иностранной литературы, 1954.— 606 с.
11. Blocker, T.G. Coupled Electron-Nuclear Magnetostatic Modes in Magnetic Materials [Текст]/ T.G. Blocker // Phys. Rev. — 1967. — V.154 №2. — P.446-447.
12. Погорелов, А.В. Дифференциальная геометрия [Текст] / А.В.Погорелов. — М.:Наука, 1974. — 176 с.
13. Dietrich, O.W. Spin-wave analysis of specific heat and magnetization in EuO and EuS [Текст]/ O.W. Dietrich, A.J. Henderson, H. Meyer // Phys. Rev. B. — 1975. — V.12 №7. — P.2844-2855.
14. Yamani, Z. Neutron scattering study of the classical antiferromagnet MnF_2 : a perfect hands-on neutron scattering teaching course [Текст]/ Z. Yamani, Z. Tun, and D.H. Ryan. // Can. J. Phys. — 2010. — V.88 №10. — P.771-797
15. Такер, Дж. Гиперзвук в физике твердого тела [Текст]/ Дж. Такер, В.Рэмpton. — М.:Мир,1975. — С.453.
16. Clark, A.E. Elastic Constants of Single-Crystal YIG [Текст]/ A.E. Clark, R.E. Strakna // Journ. Appl. Phys. — 1961. — V.32 №6. — P.1172-1173
17. Смоленский Г.А. Физика магнитных диэлектриков [Текст]/ Г.А.Смоленский, — М.:Наука, 1974. — 457 с.

Список работ автора

- A1. Борич, М.А. Связанные магнитостатические электронно-ядерные колебания в магнитных материалах [Текст]/ Борич М.А., Савченко С.П., Танкеев А.П. // ФТТ. — 2019. — т. 61. — с. 62—71.
- A2. Бахарев, С.М. Особенности фокусировки спиновых волн в кристаллах EuO и EuS [Текст]/ Бахарев С.М., Савченко С.П., Танкеев А.П. // ФТТ. — 2019. — т. 61. — с. 257—266.
- A3. Borich, M.A. Degenerated nuclear magnetostatic modes in ferromagnets [Текст]/ M.A.Borich, S.P. Savchenko, A.P.Tankeyev // Magn. Reson. Solids. — 2018. — V. 20. — P. 18104—18111.
- A4. Бахарев, С.М. Особенности фокусировки спиновых волн в ферромагнетиках [Текст]/ С.М. Бахарев, С.П. Савченко, А.П. Танкеев // ФТТ — 2018. — V. 60. — P. 2358—2369.
- A5. Bakharev, S.M. Focusing and caustic of spin waves in antiferromagnetic crystals with BCT lattice [Текст]/ S.M.Bakharev, M.A.Borich, S.P.Savchenko // J. Magn. Magn. Mat. — 2019. — V.487 — 165294.

A6. Бахарев, С.М. Фокусировка и каустика магнонов в ферромагнитных полупроводниках с ГЦК структурой [Текст]/ С.М.Бахарев, С.П.Савченко, А.П.Танкеев // Известия РАН. Серия физическая. – 2019. – т. 83, с. 904–906.

A7. Bakharev, S.M. Magnon caustics in face centered cubic ferromagnets [Текст]/ S.M.Bakharev, M.A. Borich, S.P.Savchenko // J. Phys.: Conf. Ser. – 2019. – V.1389 – P.012154.

A8. Bakharev, S.M. Features of focusing magnetoelastic waves in YIG crystals [Текст]/ S.M.Bakharev, M.A.Borich, S.P.Savchenko // J. Phys.: Conf. Ser. – 2019. – V.1389 – 012096.

A9. Bakharev, S.M. Caustic of magnetoelastic waves in elastically isotropic ferromagnets [Текст]/ S.M. Bakharev, M.A.Borich, S.P.Savchenko // J. Magn. Magn. Mat. – 2021. – V.530. – 167862.

Отпечатано на Ризографе ИФМ УрО РАН тир. 100 зак. № 10
Объем 1 печ. л. Формат 60×84 1/16
620108, г.Екатеринбург, ул.С.Ковалевской, 18